

Année 2008/2009

Durée : 1h30

Documents non autorisés

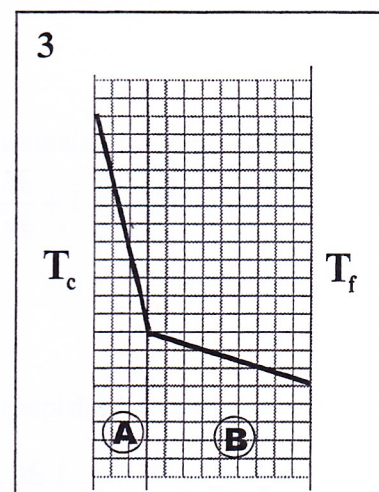
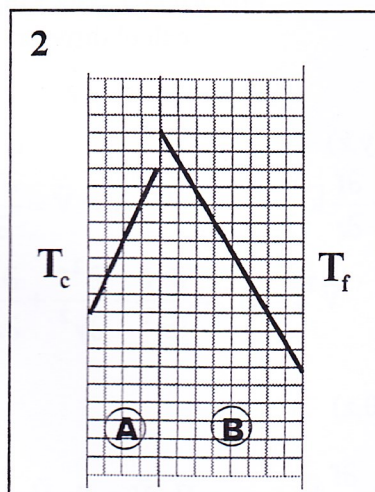
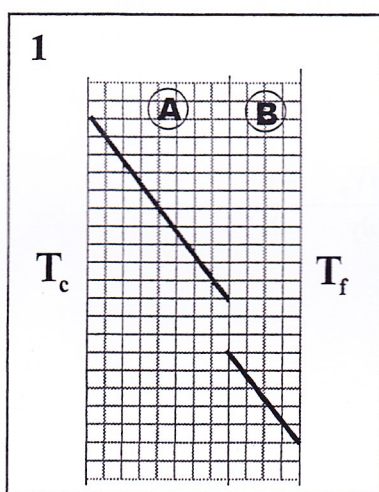
Calculatrice autorisée.

EXERCICE 1 : PROFILS DE TEMPERATURE (temps approximatif : 20 minutes)

Une paroi composite passive constituée de deux couches A et B de matériaux de conductivités λ_a et λ_b sépare un fluide chaud à la température T_c d'un fluide froid à la température T_f . Pour un régime stationnaire, on étudie la variation de la température le long d'un axe perpendiculaire à la paroi.

Faites les associations logiques des situations A,B ou C décrites ci-dessous aux figures 1,2 ou 3. On expliquera son choix d'un commentaire précis mais court.

- A) La conductivité de la paroi A est inférieure à celle de la paroi B. Dans quel rapport ?
- B) Les conductivités des deux matériaux sont quasiment égales.
- C) Une résistance de contact existe entre les deux milieux.

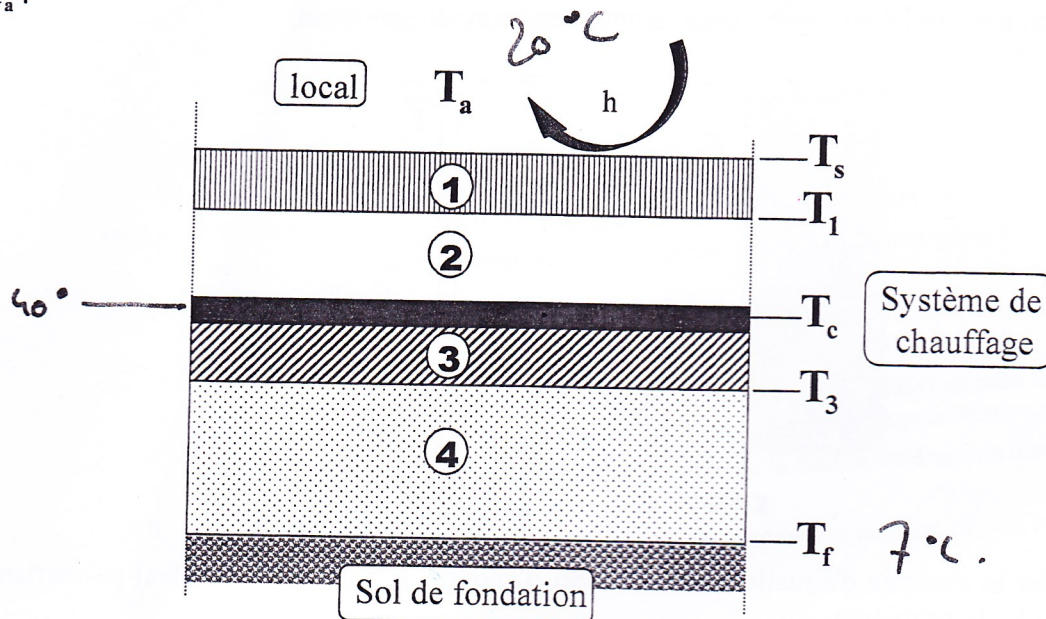


Figures

EXERCICE 2 : ETUDE D'UN PLANCHER CHAUFFANT (temps approximatif : 45 mn)

La figure ci-dessous représente la coupe transversale d'un plancher dans lequel on a incorporé un système de chauffage. On assimile le système de chauffage à un plan horizontal à la température uniforme $T_c = 40^\circ\text{C}$.

On note $T_a = 20^\circ\text{C}$ et $T_f = 7^\circ\text{C}$ respectivement la température du local et la température du sol de fondation. On note $h = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ le coefficient d'échange par convection entre la surface du revêtement du plancher à la température T_s et le milieu ambiant à la température T_a .



Les caractéristiques des matériaux constituant le plancher sont les suivantes :

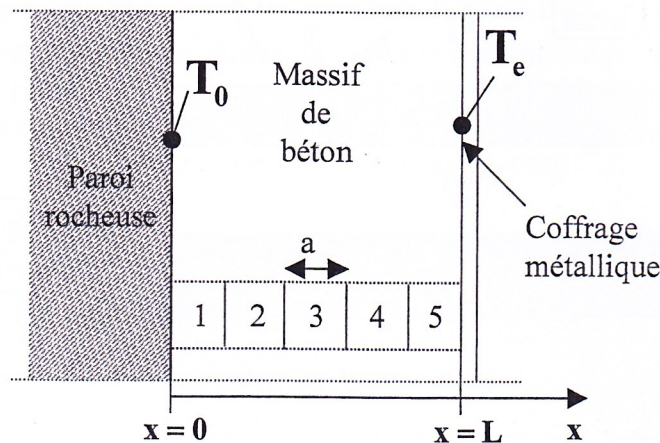
Désignations	Indices	Conductivités (S.I)	Epaisseurs (cm)
Revêtement	1	2.50	1
Mortier	2	1.15	5
Isolant	3	0.02	2
Béton	4	1.4	10

- 1) Dessiner le schéma électrique équivalent du système étudié dûment annoté (les flux, potentiels, expressions des résistances)
- 2) Répondre aux questions suivantes avec les formules utiles extraites du schéma de 1):
 - 2.1 Puissance totale délivrée par le système de chauffage par m^2 de plancher chauffant ?
 - 2.2 Calcul des températures T_s , T_1 , T_3 .
 - 2.3 Pourcentage de puissance perdue par le sol de fondation ?
 - 2.4 Calculer l'épaisseur d'isolant qu'il faudrait pour limiter les pertes thermiques à 10% ? (on considère la même température du sol de fondation).

EXERCICE 3 : ETUDE D'UN MASSIF DE BETON (temps approximatif 30 mn)

Un massif de béton d'épaisseur L est coulé contre une paroi rocheuse dont la surface, dans le cas considéré, est isotherme à la température T_0 . La prise du béton correspond à une réaction chimique exothermique dont la puissance moyenne par unité de volume est notée p . Ce massif de béton, de conductivité thermique λ , est compris entre la paroi rocheuse et un coffrage métallique dont la résistance thermique peut être négligée. Le coffrage est arrosé en permanence avec de l'eau froide et l'on considère qu'il est ainsi maintenu à la température T_e de cette eau.

Le problème est traité en régime permanent et en monodimensionnel.



1.1 Etablir le système d'équations (bilan local d'énergie + Conditions limites) permettant de résoudre le problème.

1.2 La solution analytique du problème 1.1 est :

$$\Theta(\alpha) = [1 - \alpha] \cdot [1 + Z\alpha] \quad \text{où } \alpha = x/L \quad \text{et} \quad \Theta(\alpha) = (T(\alpha) - T_e)/(T_0 - T_e)$$

$$\text{avec } Z = \frac{pL^2}{2\lambda(T_0 - T_e)}$$

Etudier la fonction $\Theta = f(\alpha)$ pour les différentes valeurs de Z (0, +1, +15) et tracer les courbes correspondantes. A quel cas particulier correspond $Z=0$?

1.3 On entreprend la résolution de l'équation par méthode numérique discrète. On découpe le mur en 5 éléments (cf schéma).

Ecrire l'équation d'équilibre thermique de l'élément 1 et la simplifier au maximum. Pour les éléments frontières, on approximera les gradients de température sur $\frac{1}{2}$ élément pour respecter précisément les conditions aux limites de températures imposées T_0 et T_e .

1.4 La résolution donne pour l'élément 2 la valeur suivante : 25°C

Calculer la température de l'élément 1.

1.5 Bonus : Commentaires, calculs complémentaires sur cet exercice (plusieurs choses à dire !!)

On prendra pour les calculs : $p = 150 \text{ W} \cdot \text{m}^{-3}$, $L = 1$, $\lambda = 1$, $T_0 = 10^\circ\text{C}$, $T_e = 5^\circ\text{C}$

Rappel : l'équation de la chaleur s'écrit $-\text{div} \vec{\varphi}_c + p = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}$ avec $\vec{\varphi}_c$ flux conductif donné par la loi de Fourier.